

# Chuleta de teoremas matemáticos

Tma de Fubini: Si  $f(x,y)$  es continua en  $R=[a,b] \times [c,d]$  entonces  $\int_R f(x,y) dx dy = \int_a^b \int_c^d f(x,y) dy dx = \int_c^d \int_a^b f(x,y) dx dy$

Regiones de integración

Tipo 1: Si  $x \in [a,b]$  y  $f(x) = \int_{f(x)}^{g(x)} F(x,y) dy$   $dx$

Tipo 2: Si  $x \in [c,d]$  y  $f(y) = \int_{f(y)}^{g(y)} F(x,y) dx$   $dy$

Tipo 3: Tipo 1 y 2 a la vez Tipo 1: Si  $x \in [-r,r]$  y - Paso de coordenadas cartesianas a:

<> Coordenadas cilíndricas o polares:

$x = r \cos \theta$   $r > 0$   $\theta \in [0, 2\pi]$

$y = r \sin \theta$   $0 < r < \infty$   $0 \leq \theta < 2\pi$

$z = z$   $z \in \mathbb{R}$  2 variables: Jacobiano:  $r$   $dr d\theta$

3 variables: Jacobiano:  $r$   $dr d\theta dz$

Coordenadas esféricas: Jacobiano:  $r^2 \sin \theta$

$x = r \cos \theta \sin \phi$   $r > 0$   $\theta \in [0, 2\pi]$   $\phi \in [0, \pi]$

$y = r \sin \theta \sin \phi$   $0 < \phi < \pi$

$z = r \cos \phi$   $0 \leq \phi \leq \pi$

Longitud de una curva:  $L = \int_a^b |c'(t)| dt$

Área que abarca una curva:  $A = \int_a^b |f(c(t))| |c'(t)| dt = \int_a^b |f| dS$

Integral de línea:  $W = \int_C F dS = \int_C F_1(x,y,z) dx + F_2(x,y,z) dy + F_3(x,y,z) dz$

Integral de línea de un recinto cerrado:  $C = C_1 + C_2 + C_3 + C_4$

$\int_C F dS = \int_{C_1} F dS + \int_{C_2} F dS + \int_{C_3} F dS + \int_{C_4} F dS$   $W = W_1 + W_2 + W_3 + W_4$

Gradiente de una función:

Divergencia:  $\text{div} F = F_1/x + F_2/y + F_3/z$

Rotacional:  $\text{rot} F =$

Laplaciano:  $\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$

Campo conservativo: 1º  $\text{rot} F = 0$  2º  $\text{div} F = 0$  3º  $\int_C F dS = 0$  4º  $\int_C F dS = f(c(b)) - f(c(a))$

Potencial de un campo conservativo:  $F_1 dx = \text{algo}_1 + k_1(y,z)$

$F_2 dy = \text{deriv del algo}_1 + k_1/y$ ,  $k_1 = k_1/y dy = \text{algo}_2 + k_2(z)$

$F_3 dz = \text{deriv del algo}_2 + k_2/z$ ,  $k_2 = k_2/z dz = \text{algo}_3 + k_3$

$f = \text{algo}_1 + \text{algo}_2 + \text{algo}_3 + k_3$

Teorema de Green:  $\int_C P dx + Q dy = \int_D (Q_x - P_y) dx dy$

Aplicación: Área =  $\int_D dx dy = 1/2 \int_C (-y dx + x dy) = 1/2 [\int_{C_1} (-y dx + x dy) + \int_{C_2} (-y dx + x dy) + \int_{C_3} (-y dx + x dy)]$

Circulación:  $\int_C F_T dS = \int_C F \cdot u_T dS = \int_C F c dt$   $c = (x', y')$

$u_T = c/|c| = (x', y')/|c|$

Flujo:  $\int_C F_N dS = \int_C F \cdot u_N dS = \int_C F(y', -x') dt$   $c = (y', -x')$

$u_N = (y', -x')/|c| = (y', -x')/|c|$

Teorema de la divergencia en el plano:

Circulación:  $\int_D (F_2/x - F_1/y) dx dy = \int_D (xF) k dx dy$

Flujo:  $\int_C (F_1 y' - F_2 x') = \int_C -F_2 dx + F_1 dy = \int_D (F_1/x + F_2/y) = \int_D x F dx dy$

Hallar los Máximos y Mínimos:

Puntos críticos:  $d = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} - (\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y})^2$

Si  $d > 0$   $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} > 0$  Mínimo local

Si  $d > 0$   $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} < 0$  Máximo local

Si  $d < 0$  Punto de Silla

Puntos de las fronteras:  $z = f(x,y)$   $x \in [a,b]$   $y \in [c,d]$

$f_1(y) = f(a,y)$ ,  $f_2(x) = f(x,d)$ ,  $f_3(y) = f(b,y)$ ,  $f_4(x) = f(x,c)$

Valor en las esquinas

Tma de la Función Implícita: establecer condiciones bajo las cuales una ecuación de varias

variables define a una de ellas como función de las demás . Se consideran el punto  $P(a_1, a_2, \dots, a_n, b)$  y la ecuación  $F(x_1, x_2, \dots, x_n, z) = 0$ , siendo  $F(x_1, x_2, \dots, x_n, z)$  una función de  $(n+1)$  variables que satisface las siguientes condiciones: 1)  $F(P) = 0$  2) En un entorno del punto  $P$  existen y son continuas las derivadas parciales  $F/x_1, F/x_2, \dots, F/x_n, F/z$  3)  $F/z$  en  $P$  es distinto de cero . Entonces existe en un entorno del punto  $Q(a_1, a_2, \dots, a_n)$  una única función  $z = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  cuyas derivadas parciales respecto de  $x_1, x_2, \dots, x_n$  son continuas en un entorno de dicho punto  $Q$  y tal que  $F(x_1, x_2, \dots, x_n, f(x_1, x_2, \dots, x_n)) = 0$  .

Recordatorio: Hacer diagramas de árbol para el cálculo de derivadas variables que a su vez dependen de otras variables. <><>