

Integrales

Cálculo de primitivas : Integrales inmediatas ($x=f(x), dx=f'(x)dx$) : $\int [f(x)+g(x)].dx = \int f(x) + \int g(x) + C$; $\int k.dx = kx + C$; $\int dx = x + K$; $\int x^n.dx = (x^{n+1})/(n+1) + C$; $\int 1/x.dx = \ln|x| + C$; $\int 1/2^x dx = -1/2^{x-1} + C$; $\int e^x.dx = e^x + C$; $\int a^x.dx = a^x/\ln a + C$; $\int \sen x.dx = -\cos x + C$; $\int \cos x.dx = \sen x + C$; $\int \sec^2 x.dx = \tan x + C$; $\int \csc^2 x.dx = -\cot x + C$; $\int 1/(1+x^2).dx = \arctg x + C$; $\int 1/(1-x^2).dx = \arcsen x + C$; $\int -1/(1-x^2).dx = \arc cos x + C$; $\int \tg f(x)f'(x).dx = -\ln|\cos f(x)| + C$; $\int \ln f(x)f'(x).dx = x \ln|f(x)| - f(x) + C$ Hiperbólicas: $\int \senh x.dx = \cosh x + C$; $\int \cosh x.dx = \senh x + C$; $\int \sech^2 x.dx = \tanh x + C$; $\int \cosh^2 x.dx = (1 + \tg h^2 x).dx = \tg h x + C$; $\int \cosech^2 x.dx = -\coth x + C$; $\int 1/(\cosh^2 x).dx = \tanh x + C$; $\int 1/(\sinh^2 x).dx = -\coth x + C$; $\int 1/(x^2+1).dx = \arcsenh x + C$; $\int -1/(x^2-1).dx = \arccosh x + C$; $\int 1/(1-x^2).dx = \arctgh x + C$

Métodos de integración: Integración por partes: $\int u.dv = u.v - \int v.du$

$\int x^n.\sen/cos ax.dx$ ($u=x^n; dv=\sen/cos ax$); $\int x^n.e^{ax}dx$ ($u=x^n; dv=e^{ax}$); $\int x^n.\ln x.dx$ ($=\ln x; =x^n$); $\int e^{kx}.\sen/cos ax.dx$ ($=\sen/cos x; =e^{kx}$); $\int x^n.\arctg/\arcsen x.dx$ ($=\arctg/\arcsen x; =x^n$)

Cambio de variable: $\int (x^6/x^3+3x^2).dx = \int x^{1/6}/(x^{1/2}+x^{1/3}).dx$ ($x=t^{m.c.m(6,3,2)=6}, dx=6t^5 dt$); $\int (x-1)/(x^2-1).dx$ ($x-1=t; dx=4t^3 dt$); $\int (e^x-3e^x)/(1+e^x).dx$ ($e^x=t; x=\ln t; dx=1/t.dt$); $\int 5/(3^x+2).dx$ ($3^x=t; x=\ln_3 t; dx=1/t \ln 3.dt$); $\int (x^2-a^2).dx$ ($x=\arcosh t; dx=\senh t dt$); $\int (x^2+a^2).dx$ ($x=\arcosh t; dx=\senh t dt$); $\int (a^2-x^2).dx$ ($x=\arcosh t; dx=a \cosh t dt$); $\int (a^2+x^2).dx$ ($x=\arcosh t; dx=a \cosh t dt$)

Identidades trigonométricas: 1º $\sen^2 x + \cos^2 x = 1$ 2º $\sen^2 a = 1/2(1-\cos 2a)$ 3º $\cos^2 a = 1/2(1+\cos 2a)$; $1+\tan^2 x = \sec^2 x$; $1+\cot^2 x = \csc^2 x$; $\tan x = \sen x / \cos x$; $\csc x = 1/\sen x$; $\sec x = 1/\cos x$; $\cot x = 1/\tan x = \cos x / \sen x$; $1+\cot^2 a = \csc^2 a$; $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$; $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$; $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$; $\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$; $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$; $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$; $\tg 2a = 2 \tg a / (1 - \tg^2 a)$; $\sin(a/2) = \pm a(1 - \cos a)/(2) = (\pm 2/2) \sqrt{1 - \cos a}$; $\cos(a/2) = \pm a(1 + \cos a)/(2) = (\pm 2/2) \sqrt{1 + \cos a}$; $\tg(a/2) = \pm a(1 - \cos a)/(1 + \cos a) = ((1 - \cos a)/(1 + \cos a))$; 4º $\sin A + \sin B = 2 \sin(A+B)/2 \cos(A-B)/2$; 5º $\sin A - \sin B = 2 \cos(A+B)/2 \sin(A-B)/2$; 6º $\cos A + \cos B = 2 \cos(A+B)/2 \cos(A-B)/2$; 7º $\cos A - \cos B = -2 \sin(A+B)/2 \sin(A-B)/2$; $2 \sen a \cos b = \sen(a+b) + \sen(a-b)$; $2 \cos x \cos y = \cos(a+b) + \cos(a-b)$; $2 \sen a \sen b = -\cos(a+b) + \cos(a-b)$ Identidades hiperbólicas: $\senh x = (e^x - e^{-x})/2$; $\cosh x = (e^x + e^{-x})/2$; $\cosh^2 x - \senh^2 x = 1$; $\cosh(2x) = \senh^2 x + \cosh^2 x$; $\senh(2x) = 2 \senh x \cosh x$

Integrales racionales: Raíces diferentes: $\int (A/(x-a) + B/(x-b) + C/(x-c) + \dots)$, Solución: \ln ; Raíces iguales múltiples (dobles, triples): $\int (A_1/(x-a) + A_2/(x-a)^2 + \dots)$, Solución: \ln y potencias de exponente negativo; Raíces complejas conjugadas: $\int (Mx+N)/(x^2+1)$, Solución: \ln y \arctg

Integrales trigonométricas: $\int (\sen^m x \cos^n x) dx$ (myn: impares, fórmula: 1º), (myn: par, fórmula: 2º y 3º), (myn: par e impar o al revés, fórmula: 1º, 2º, 3º); $\int \sen^m x dx$ (m: impar, fórmula: 1º), (m: par, fórmula: 2º); $\int \cos^n x dx$ (n: impar, fórmula: 1º), (n: par, fórmula: 3º); $\int (\sen^p x \cos^q x) dx$ (fórmula: 4º); $\int (\cos^p x \cos^q x) dx$ (fórmula: 6º); $\int (\sen^p x \sen^q x) dx$ (fórmula: 7º)

Recordatorio derivadas: Método del arbolito (regla de la cadena): $f(x,y,z), x=s+t, y=s, z=t-s$; $df/dt = d(f/x)d(x/t) + d(f/y)d(y/t) + d(f/z)d(z/t)$; $d(f/s) = d(f/x)d(x/s) + d(f/y)d(y/s) + d(f/z)d(z/s)$

Integrales definidas: Propiedades: $\int_a^b f(x).dx = -\int_b^a f(x).dx$; Si $C \in (a,b)$: $\int_a^b f(x).dx = \int_a^C f(x).dx + \int_C^b f(x).dx$; Teorema valor medio: $\int_a^b f(x).dx = f(c).(b-a)$ Si $C \in (a,b)$; Regla de Barrow: $\int_a^b f(x).dx = F(b) - F(a)$ Ejemplo: $\int_{-1}^1 x^3.dx = x^4/4 \big|_{-1}^1 = 1^4/4 - (-1)^4/4$; Area de funciones encima eje x: $\int_a^b f(x).dx$, debajo eje x: $-\int_a^b f(x).dx$, ambas: $|\int_a^b f(x).dx|$ o $\int_a^b |f(x).dx|$ o $\int_a^b -f(x).dx + \int_a^b f(x).dx$ Area de 2 funciones: $f(x)$ arriba $g(x)$ abajo $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx$; $f(x)$ y $g(x)$ arriba y abajo $\int_a^c [f(x) - g(x)] .dx + \int_c^b [g(x) - f(x)] .dx$ Volumen: $\int_a^b f(x)^2 .dx$